<u>Corrigé fiche 1 géométrie</u>

1. On trace la droite (AB). Avec l'équerre, on trace une perpendiculaire (µ) à (AB) passant par C. Puis une autre perpendiculaire à (µ) passant par C.
2. Construction : cf. cours . La médiatrice est l'ensemble des points tels que MA=MB. Les points M tels que MA<MB est le demi-plan délimité par la médiatrice de [AB] et contenant le point A.
3. On trace la droite (AB). Avec le compas, on trace le symétrique de M par rapport à (AB). Rappel : pour tracer ce symétrique, on trace un cercle de centre de M qui coupe (AB) en deux points A' et B'. On appelera r son rayon. On trace ensuite le cercle de centre A' de rayon r, et le cercle de centre B' de rayon r. Ils se coupent en M et M'. M' est le symétrique de M par rapport à (AB).
   La droite (MM') est alors orthogonale à (AB), leur point d'intersection est le projeté orthogonal de M sur (AB).
4. Si A n'appartient pas à (d) : idem exercice 3, c.à.d. on trace le symétrique A' de A par rapport à (d). La droite (AA') est bien la perpendiculaire à (d) passant par A.
   Si A appartient à (d) : on trace un cercle de rayon r>0 quelconque centré en A. Il coupe (d) en deux points B et C, tels que A soit le milieu du segment [BC]. Avec le compas, on trace la médiatrice de [BC] : elle est perpendiculaire à (d) et passe bien par A (qui est le milieu de [BC]).

4bis. On choisit deux points distincts B et C sur (d). On cherche alors le point D tel que ABCD soit un parallélogramme. Alors on aura bien (BC)//(AD). Pour trouver D : on trace un arc de cercle centré en C de rayon AB, et un arc centré en A de rayon BC. Ces arcs se coupent en D.

5. On trace un triangle équilatéral ABC, et on aura un angle de 60° (cf. cours pour la construction). On trace ensuite la bissectrice d'un de ces angles pour avoir deux angles de 30°. On trace ensuite un autre triangle équilatéral ABD de coté AB mais différent du triangle ABC. L'angle CÂD mesure 2*60°=120°.
6. On prend trois points distincts A, B et C sur le cercle. Comme [AB] et [BC] sont des cordes du cercle, leurs médiatrices passent par le centre du cercle. On les trace, et leur intersection est le centre du cercle.
7. Avec la règle graduée, on trace un segment [AB] de 5cm. Avec le compas, on trace la médiatrice de [AB]. Elle coupe [AB] en son milieu M. On trace ensuite le cercle (C) de centre M de rayon MA. Il coupe la médiatrice de [AB] en deux points C et C' : les triangles ABC et ABC' sont respectivement rectangles isocèles en C et C'.

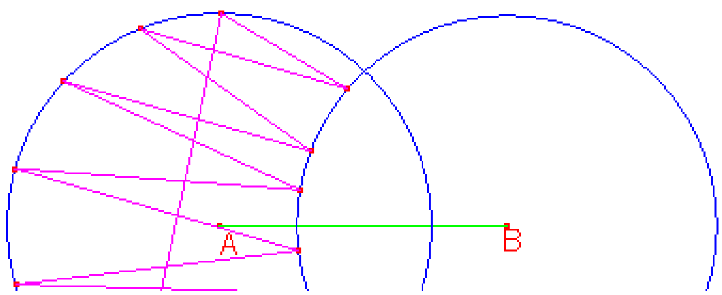
Justification : puisque C est sur la médiatrice de [AB], CA=CB, donc CAB est isocèle en C. Dans le cercle (C), l'angle au centre $A\hat{M}B$ intercepte le même arc que l'angle inscrit $A\hat{C}B$, donc $A\hat{C}B = A\hat{M}B / 2$ = 180/2 = 90°. Donc CAB est rectangle en C.

8. parallélogramme : on trace un segment AB, et un point C n'appartenant pas à (AB). La suite de la construction est présentée question 4bis.

Trapèze : on trace deux droites parallèles à la règle et au compas (cf. cours). On choisit deux points sur chaque droite et on les relie.
Carré : un trace un segment [AC] et sa médatrice. Ils se coupent en M. On trace le cercle de centre M de rayon MA : il coupe la médiatrice de [AC] en deux points B et D : le quadrilatère ABCD est un carré (en effet, ses diagonales sont perpendiculaires, se coupent en leur milieu et ont la même longueur).
Rectangle : On trace un segment [AC] et sa médiatrice. Ils se coupent en M. On trace le cercle de centre M de rayon MA, et une droite quelconque (d) passant par M (différente de

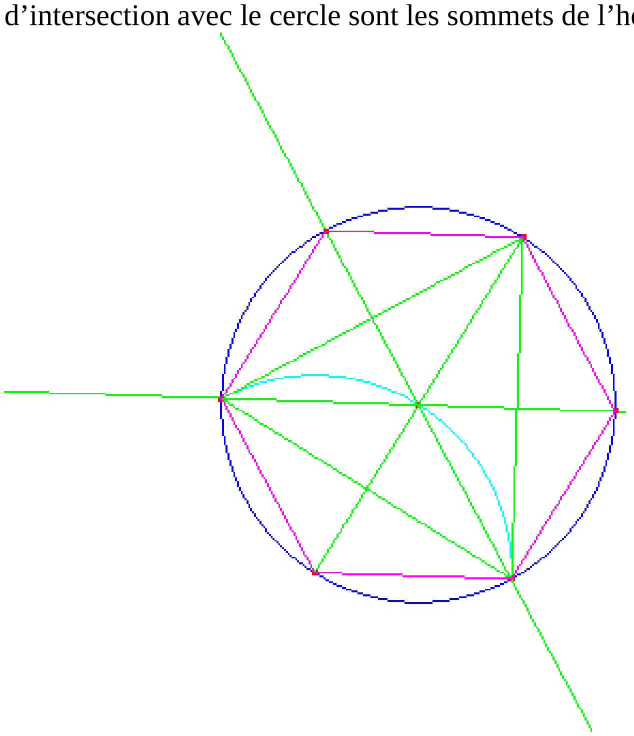
(AC)). Le cercle et (d) se coupent en B et D tels que ABCD soit un rectangle (en effet, ses diagonales ont même longueur et se coupent en leur milieu).
Losange : Idem carré, sauf qu'on choisit un cercle de centre M de rayon quelconque.

9. a) Il s'agit de l'ensemble des points situés à l'extérieur des deux disques.
b) Il s'agit de l'ensemble des points hachurés en rose.



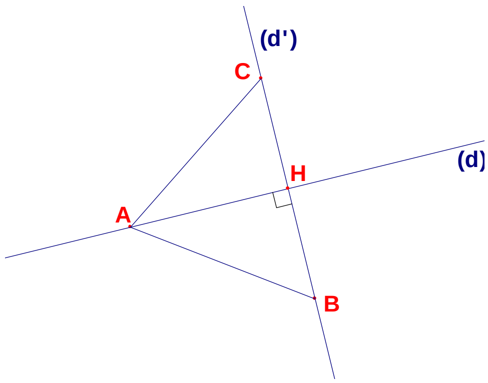
10.
Soit un cercle de centre O.
Triangle équilatéral : tracer un diamètre [AB] du cercle. Tracer un cercle de centre B de rayon [BO], il coupe le cercle initial en deux points C et D. Le triangle ACD est équilatéral (essayez de le prouver).

Hexagone régulier : on trace la médiatrice de chaque coté du triangle ACD. Ses points d'intersection avec le cercle sont les sommets de l'hexagone.



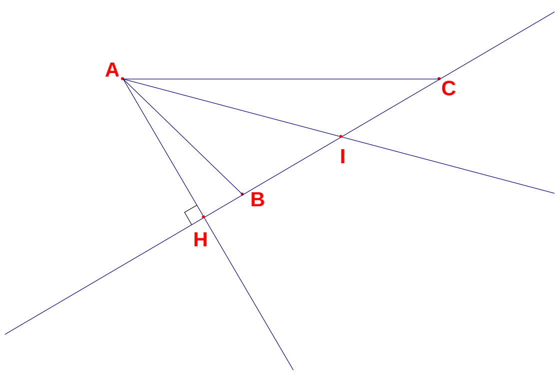
11. On trace un segment [AH] de longueur 4cm, où H sera le pied de la hauteur issue de A. Au compas on trace la perpendiculaire (d) à (AH) passant par H, et le cercle de centre A de rayon 5,5cm. Soit B un point d’intersection du cercle avec (d). On trace ensuite un cercle de rayon 5cm centré en B ; il coupe (d) en C.

12.



On trace la droite (d), et on place les points A et B comme indiqué dans l’énoncé. On trace la droite (d’) perpendiculaire à (d) passant par B ; elle coupe (d) en H, pied de la hauteur issue de A. Il suffit alors de placer C sur (d’) tel que H soit le milieu de [BC] (autrement dit C est le symétrique de B par rapport à H). En effet, (d) est alors une droite perpendiculaire à [BC] en son milieu H : c’est la médiatrice de [BC]. Par conséquent le point A, qui appartient à (d), est à égale distance de B et de C, et le triangle ABC est isocèle. La droite (d), hauteur relative à [BC], est alors aussi la bissectrice de l’angle $\hat{A}$.

13.

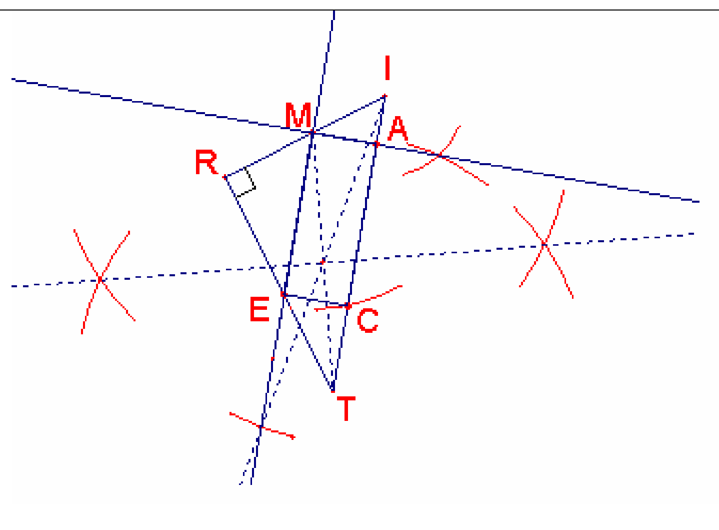


1) Tracer la droite (d) perpendiculaire à (d_1) passant par B. On note H son point d’intersection avec (d_1), et I son point d’intersection avec (d_2).
2) Construire le symétrique de B par rapport à I. Le noter C.
3) Tracer le triangle ABC.

14.

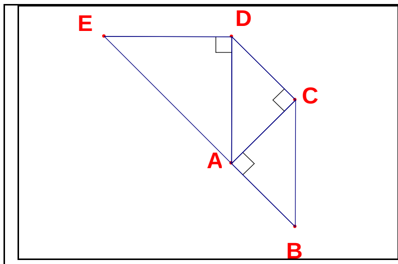
1. Construire la droite parallèle à la droite (IT) passant par le point M (*). Elle coupe [RT] en E.
2. Construire la droite perpendiculaire à la droite (IT) passant par le point M (*). Elle coupe [IT] en A.
3. Placer le point C sur le segment [IT] tel MC=EA.
4. Tracer le rectangle MECA.

(*) Attention : ces deux constructions sont à faire à la règle et au compas. Bien laisser les traits de construction apparents !



15. Corrigé en classe

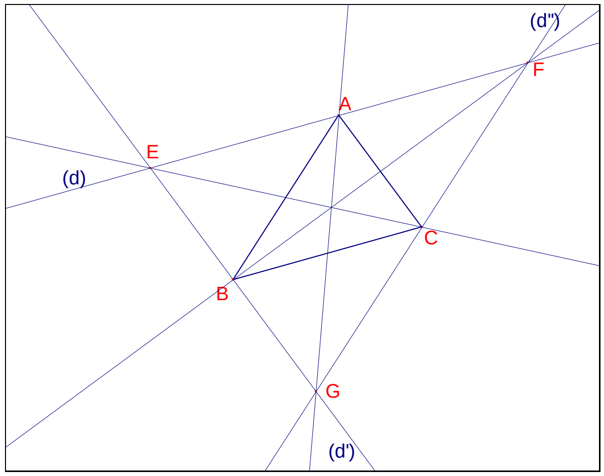
16.

	Comme les triangles CAD et DAE sont rectangles isocèles respectivement en C et D, on a CÂE=DÂE=45°. Donc CÂE=CÂD+DÂE=90°, c.à.d. les droites (AE) et (CA) sont perpendiculaires. Donc les deux droites (AE) et (CD) sont perpendiculaires à la même droite (CA) : elles sont parallèles.

17.

1. Le triangle ABC est un triangle rectangle en C car il est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre son côté [AB].
2. Le triangle ACO est un triangle équilatéral car ses trois côtés sont de même longueur. En effet, A et C sont deux points du cercle (C) de centre O et de diamètre 8 cm. Donc OA=OC=4cm. De plus, par construction, AC=4cm. Donc OA=OC=AC.
3. Dans le triangle ABD, le point O est le milieu du côté [AB] et le point C est le milieu du côté [AD]. D'après le théorème des milieux, la droite (OC) est donc parallèle au troisième côté (BD).
4. AB=8cm par hypothèse.
   C est le milieu du segment [AD] et AC = 4 cm, donc AD = 8cm.
   Dans le triangle ABD, le point O est le milieu du côté [AB] et le point C est le milieu du côté [AD]. En appliquant le théorème des milieux, on obtient que OC=$\frac{BD}{2}$. Or OC=4cm. Donc BD = 8cm.
   Les trois côtés ayant même mesure, ABD est équilatéral.
5. C est le milieu du côté [AD] dans le triangle ABD. Donc la droite (BC) est la médiane issue de B ; mais on sait que le triangle ABD est équilatéral. La droite (BC) est donc aussi la médiatrice du segment [AD].
6. Par construction, C est le milieu de [OE] et C est le milieu de [AD]. Le quadrilatère AODE a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, c'est donc un parallélogramme. Or les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles deux à deux. Donc [AO] est parallèle à [ED]. B appartenant à la droite (AO), on a également [AB] parallèle à [ED]. Le quadrilatère ABDE est un trapèze.

18.



Il semble que les droites (BF), (EC) et (AG) sont concourantes. Prouvons-le.

$\left.\begin{array}{c}(d)//(BC)\\ A\in(d), F\in(d)\end{array}\right\}$ donc (AF)//(BC). De même, $\left.\begin{array}{c}(d'')//(AB)\\ F\in(d''), C\in(d'')\end{array}\right\}$ donc (AB)//(FC).

Ainsi, le quadrilatère AFCB a ses côtés opposés parallèles : AFCB est donc un parallélogramme. Or, dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu : on en déduit que la droite (BF) coupe le segment [AC] en son milieu, et donc que dans le triangle ABC, la droite (BF) est la médiane issue de B.

De la même manière, on peut montrer que EACB et ABGC sont des parallélogrammes, et que dans le triangle ABC, (CE) est la médiane issue de C, et (AG) est la médiane issue de A.

Par conséquent, les droites (BF), (EC) et (AG) sont les trois médianes du triangle ABC. Or on sait que dans un triangle, les médianes sont concourantes (au centre de gravité) : ceci prouve que les droites (BF), (EC) et (AG) sont concourantes.